

P - I (1+1+1) G / 20 (N)/SUP

2020

MATHEMATICS (General)

Paper Code : I - A & B

[New Syllabus]

(Supplementary)

Important Instructions for Multiple Choice Question (MCQ)

- Write Subject Name and Code, Registration number, Session and Roll number in the space provided on the Answer Script.

Example : Such as for Paper III-A (MCQ) and III-B (Descriptive).

Subject Code :

III	A	&	B
-----	---	---	---

Subject Name :

- Candidates are required to attempt all questions (MCQ). Below each question, four alternatives are given [i.e. (A), (B), (C), (D)]. Only one of these alternatives is 'CORRECT' answer. The candidate has to write the Correct Alternative [i.e. (A)/(B)/(C)/(D)] against each Question No. in the Answer Script.

Example — If alternative A of 1 is correct, then write :

1. — A

- There is no negative marking for wrong answer.

মাল্টিপল চয়েস প্রশ্নের (MCQ) জন্য জরুরী নির্দেশাবলী

- উত্তরপত্রে নির্দেশিত স্থানে বিষয়ের (Subject) নাম এবং কোড, রেজিস্ট্রেশন নম্বর, সেশন এবং রোল নম্বর লিখতে হবে।

উদাহরণ — যেমন Paper III-A (MCQ) এবং III-B (Descriptive)।

Subject Code :

III	A	&	B
-----	---	---	---

Subject Name :

- পরীক্ষার্থীদের সবগুলি প্রশ্নের (MCQ) উত্তর দিতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নে চারটি করে সম্ভাব্য উত্তর, যথাক্রমে (A), (B), (C) এবং (D) করে দেওয়া আছে। পরীক্ষার্থীকে তার উত্তরের স্বপক্ষে (A)/(B)/(C)/(D) সঠিক বিকল্পটিকে প্রশ্ন নম্বর উল্লেখসহ উত্তরপত্রে লিখতে হবে।

উদাহরণ — যদি 1 নম্বর প্রশ্নের সঠিক উত্তর A হয় তবে লিখতে হবে :

1. – A

- ভুল উত্তরের জন্য কোন নেগেটিভ মার্কিং নেই।

Paper Code : I - A

Full Marks : 50

Time : One Hour

Choose the correct answer.

Each question carries 2 marks.

1. The value of $(-i)^{4n+3}$ is —

- (A) 1
- (B) -1
- (C) i
- (D) $-i$

1. $(-i)^{4n+3}$ -এর মান কত?

- (A) 1
- (B) -1
- (C) i
- (D) $-i$

2. If $z = x + iy$ represents a complex number, then $|z-1|=2|z-i|$ represents —

- (A) a circle
- (B) an ellipse
- (C) a hyperbola
- (D) a pair of straight lines

2. যদি $z = x + iy$ একটি জটিল রাশি হয়, তবে $|z-1|=2|z-i|$ উপস্থাপন করে —

- (A) একটি বৃত্ত
- (B) একটি উপবৃত্ত
- (C) একটি অধিবৃত্ত
- (D) একজোড়া সরলরেখা

3. If $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$, then the angle between \vec{a} and \vec{b} is —

- (A) 0
- (B) $\frac{\pi}{2}$
- (C) $\frac{\pi}{3}$
- (D) $\frac{\pi}{4}$

3. যদি $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$ হয়, তবে \vec{a} এবং \vec{b} -এর মধ্যবর্তী কোণটির মান হবে —

- (A) 0
- (B) $\frac{\pi}{2}$
- (C) $\frac{\pi}{3}$
- (D) $\frac{\pi}{4}$

4. The equation $x^8 + 1 = 0$ has —

- (A) no real root
- (B) one real root
- (C) two positive real roots
- (D) one negative real root

4. $x^8 + 1 = 0$ সমীকরণটির

- (A) কোনো বাস্তব বীজ নেই
- (B) একটি বাস্তব বীজ আছে
- (C) দুটো ধনাত্মক বাস্তব বীজ আছে
- (D) একটি ঋণাত্মক বাস্তব বীজ আছে

5. For any complex number z —

- (A) $\operatorname{Re}(iz) = i \operatorname{Re}(z)$
- (B) $\operatorname{Re}(iz) = -\operatorname{Re}(z)$
- (C) $\operatorname{Re}(iz) = -\operatorname{Im}(z)$
- (D) $\operatorname{Re}(iz) = i\operatorname{Im}(z)$

5. যে কোনো জটিল রাশি z -এর জন্য

- (A) $\operatorname{Re}(iz) = i \operatorname{Re}(z)$
- (B) $\operatorname{Re}(iz) = -\operatorname{Re}(z)$
- (C) $\operatorname{Re}(iz) = -\operatorname{Im}(z)$
- (D) $\operatorname{Re}(iz) = i\operatorname{Im}(z)$

6. A particle acted on by constant forces $4\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ and $3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, is displaced from the point $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ to the point $5\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$. Then the work done by the forces on the particle is —

- (A) 40 units
- (B) 20 units
- (C) 50 units
- (D) 6 units

6. দুটি বল $4\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ একটি কণাকে $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ বিন্দু থেকে $5\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ বিন্দুতে নিয়ে যায়। বলগুলি দ্বারা কণাটির উপরে কৃতকার্য-এর পরিমাণ হল —

- (A) 40 একক
- (B) 20 একক
- (C) 50 একক
- (D) 6 একক

7. The vector perpendicular to each of the vectors $6\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - 6\hat{j} - 2\hat{k}$ is —

- (A) $14\hat{i} + 21\hat{j} - 42\hat{k}$
- (B) $14\hat{i} - 21\hat{j} - 42\hat{k}$
- (C) $\hat{i} + 21\hat{j} - 42\hat{k}$
- (D) $14\hat{i} + 21\hat{j} - 4\hat{k}$

7. $6\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $3\hat{i} - 6\hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টর দুটির উপর লম্ব ভেক্টর নীচের কোনটি?

(A) $14\hat{i} + 21\hat{j} - 42\hat{k}$

(B) $14\hat{i} - 21\hat{j} - 42\hat{k}$

(C) $\hat{i} + 21\hat{j} - 42\hat{k}$

(D) $14\hat{i} + 21\hat{j} - 4\hat{k}$

8. If A and B are two subspaces of a vector space V , then —

(A) $A \cap B$ is not a subspace of V

(B) $A \cup B$ is a subspace of V

(C) $A \cup B$ is a subspace of V if one of them is contained in other

(D) None of the above

8. যদি A এবং B দুটি subspaces হয় V vector space-এর, তবে —

(A) $A \cap B$ V -এর subspace নয়

(B) $A \cup B$ হল V -এর subspace

(C) $A \cup B$ V -এর subspace হবে যদি কোনো একটি অন্যটির মধ্যে ঢুকে থাকে

(D) উপরের কোনোটি ঠিক নয়

9. If α and β are the roots of the equation $x^2 + 1 = 0$, then $\alpha^{2020} + \beta^{2020}$

is equal to —

(A) 0

(B) -2

(C) -1

(D) 2

9. যদি α এবং β , $x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের বীজ হয়, তবে $\alpha^{2020} + \beta^{2020}$ -এর মান হল —

- (A) 0
- (B) - 2
- (C) - 1
- (D) 2

10. Consider the following subspace of \mathbb{R}^3 , $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 2y + z = 0, 3x + 3y - 2z = 0, x + y - 3z = 0\}$. The dimension of W is —

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

10. \mathbb{R}^3 -এর subspace $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 2y + z = 0, 3x + 3y - 2z = 0, x + y - 3z = 0\}$ -এর dimension নীচের কোনটি?

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

11. If α be a multiple root of order 3 of the equation

$$x^4 + bx^2 + cx + d = 0, (d \neq 0), \text{ then } \alpha \text{ equals —}$$

(A) $\frac{8d}{3c}$

(B) $-\frac{8d}{3c}$

(C) $\frac{3d}{8c}$

(D) $\frac{8c}{3d}$

11. যদি α $x^4 + bx^2 + cx + d = 0, (d \neq 0)$, সমীকরণটির একটি 3 ক্রমের বহু বীজ হয়, তবে α -এর মান হল —

(A) $\frac{8d}{3c}$

(B) $-\frac{8d}{3c}$

(C) $\frac{3d}{8c}$

(D) $\frac{8c}{3d}$

12. Let $f: A \rightarrow B$ and $g: B \rightarrow C$ be two mappings such that $g \circ f$ is injective. Then —
- (A) f is injective but g need not be
 (B) g is injective but f need not be
 (C) both f and g are injective
 (D) both f and g are not injective
12. ধরি, $f: A \rightarrow B$ এবং $g: B \rightarrow C$ হল দুটি এমন অপেক্ষক যাতে $g \circ f$ অপেক্ষকটি injective হয়। তাহলে —
- (A) f টি injective কিন্তু g টি নয়
 (B) g টি injective কিন্তু f টি নয়
 (C) উভয় f এবং g হল injective
 (D) উভয় f এবং g injective নয়
13. Let $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be a function defined as $f(x) = x|x|$, for each $x \in \mathbb{R}$. Which one of the following is correct? —
- (A) f is one-one but not onto
 (B) f is onto but not one-one
 (C) f is both one-one and onto
 (D) f is neither one-one nor onto
13. ধরি, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: f(x) = x|x| \quad \forall x \in \mathbb{R}$ নীচের কোনটি সঠিক?
- (A) f হল one-one কিন্তু onto নয়
 (B) f হল onto কিন্তু one-one নয়
 (C) f হল উভয় one-one এবং onto
 (D) f one-one এবং onto-এর মধ্যে কোনোটিই নয়

14. Let $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 6y + 7z = 0\}$ and
 $S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 3z = 0\}$ Then $\dim(S_1 + S_2)$ is —

- (A) 1
- (B) 3
- (C) 5
- (D) 4

14. ধরি, $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 6y + 7z = 0\}$ এবং

$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 3z = 0\}$ তাহলে $\dim(S_1 + S_2)$ -এর মান হবে —

- (A) 1
- (B) 3
- (C) 5
- (D) 4

15. A, B, C are subsets of the universal set S and if $A \cup B = A \cup C$ and

$A \cap B = A \cap C$, then —

- (A) $A = B$
- (B) $A = C$
- (C) $B = C$
- (D) None of these

15. A, B, C হল সার্বিক set S -এর তিনটি subsets। যদি $A \cup B = A \cup C$ এবং $A \cap B = A \cap C$ হয়, তবে —

- (A) $A = B$
- (B) $A = C$
- (C) $B = C$
- (D) কোনোটি নয়

16. Let (G, \star) be a group. A mapping $f: G \rightarrow G$ defined by

$$f(x) = x^{-1}, x \in G. \text{ Then } f \text{ is —}$$

- (A) one-one but not onto
- (B) onto but not one-one
- (C) one-one and onto
- (D) none of the above

16. ধরি, (G, \star) হল একটি group. একটি অপেক্ষক $f: G \rightarrow G: f(x) = x^{-1}, x \in G$ তাহলে f হবে —

- (A) one-one কিন্তু onto নয়
- (B) onto কিন্তু one-one নয়
- (C) one-one এবং onto
- (D) কোনোটিই নয়

17. If $f = \left\{ (x, y) \in S \times \mathbb{R} : y = \frac{1}{x} \right\}$ is a mapping from S to \mathbb{R} , then —

- (A) $S = \mathbb{R}$
- (B) $S = \mathbb{R} - \{0\}$
- (C) $S = \mathbb{Q}$
- (D) $S = \mathbb{Z}$

17. যদি $f = \left\{ (x, y) \in S \times \mathbb{R} : y = \frac{1}{x} \right\}$ একটি অপেক্ষক হয় S থেকে \mathbb{R} -এ, তবে —

- (A) $S = \mathbb{R}$
- (B) $S = \mathbb{R} - \{0\}$
- (C) $S = \mathbb{Q}$
- (D) $S = \mathbb{Z}$

18. In a group (G, \star) , a be an element of order 30. Then the order of a^{18} is —

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 18
- (D) 30

18. a হল (G, \star) -এর group-এর একটি 30 ক্রমের উপাদান তাহলে a^{18} -এর ক্রম হবে —
- (A) 5
 - (B) 6
 - (C) 18
 - (D) 30
19. If an abelian group G of order 10 is cyclic, then —
- (A) there exists an element of order 4
 - (B) there exists an element of order 2
 - (C) there exists an element of order 6
 - (D) there exists an element of order 8
19. যদি একটি 10 ক্রমের Abelian group G cyclic হয়, তবে —
- (A) 4 ক্রমের একটি উপাদান পাওয়া যাবে
 - (B) 2 ক্রমের একটি উপাদান পাওয়া যাবে
 - (C) 6 ক্রমের একটি উপাদান পাওয়া যাবে
 - (D) 8 ক্রমের একটি উপাদান পাওয়া যাবে
20. The function $f(x) = |x|$ is —
- (A) discontinuous everywhere
 - (B) continuous only at $x = 0$
 - (C) continuous everywhere
 - (D) discontinuous at $x = 0$

20. $f(x) = |x|$ অপেক্ষকটি

- (A) সব জায়গায় বিচ্ছিন্ন
- (B) একমাত্র $x = 0$ তে নিরবচ্ছিন্ন
- (C) সব জায়গায় নিরবচ্ছিন্ন
- (D) $x = 0$ তে বিচ্ছিন্ন

21. The value of $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin\left(\frac{a}{2^n}\right)$ is —

- (A) a
- (B) 0
- (C) ∞
- (D) does not exist

21. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin\left(\frac{a}{2^n}\right)$ -এর মান হল —

- (A) a
- (B) 0
- (C) ∞
- (D) অস্তিত্ব নেই

22. The value of $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ is —

(A) 3

(B) 0

(C) 2

(D) 1

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ -এর মান হল —

(A) 3

(B) 0

(C) 2

(D) 1

23. The sequence $\{x_n\}$ where $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$ converges to —

(A) e

(B) e^2

(C) \sqrt{e}

(D) None of these

23. $\{x_n\}$ sequence, যেখানে $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$ টি converge করে নীচের কোনটি

সংখ্যাত্তে?

(A) e

(B) e^2

(C) \sqrt{e}

(D) কোনোটি নয়

24. The sequence $\{x_n\}$, where $x_n = (-1)^n \frac{2n-1}{n}$ is —

(A) convergent

(B) divergent

(C) finitely oscillatory

(D) infinitely oscillatory

24. $\{x_n\}$ sequence, যেখানে $x_n = (-1)^n \frac{2n-1}{n}$ টি

(A) অভিসারী

(B) অপসারী

(C) সসীমভাবে দোদুল্যমান

(D) দোদুল্যমান অসীমভাবে

25. The sum of the series $\frac{1}{1!} + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \dots$ is —

(A) e

(B) $\frac{e}{2}$

(C) $\frac{3e}{2}$

(D) $1 + \frac{e}{2}$

25. $\frac{1}{1!} + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \dots$ শ্রেণীটির সমষ্টি হল —

(A) e

(B) $\frac{e}{2}$

(C) $\frac{3e}{2}$

(D) $1 + \frac{e}{2}$

2020

MATHEMATICS (General)**Paper Code : I-B****(New Syllabus)****[Supplementary]**

Full Marks : 100

Time : Three Hours

*The figures in the margin indicate full marks.**Notations have their usual meanings.***Group - A****(15 Marks)**Answer any **three** questions.

1. (a) Find the value of i^{4n+2} . [1]
- (b) If a, b, x are real numbers and $|a + ib| = 1$, then prove that $(a + ib)^{ix}$ is purely real. [2]
- (c) If $x^3 + 3px + q$ has a factor of the form $(x - \alpha)^2$, then show that $q^2 + 4p^3 = 0$. [2]
2. Prove that $\sin\left(i \log \frac{a - ib}{a + ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$. [5]
3. Solve the equation $x^3 - 18x - 35 = 0$ by Cardan's method. [5]
4. Show that $\begin{vmatrix} 1 + a^2 - b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1 - a^2 + b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1 - a^2 - b^2 \end{vmatrix} = (1 + a^2 + b^2)^3$. [5]
5. Express the matrix $A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ as the sum of symmetric and skew symmetric matrices. [5]

Group - B**(15 Marks)**Answer any **three** questions.

6. (a) Determine whether the permutation f on the set $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ is odd or even, where

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

[1]

- (b) Prove that if every element of a group G is its own inverse, then G is abelian. [2]
- (c) Prove that a cyclic group is abelian. [2]
7. Prove that the intersection of any two subgroups of a group (G, \star) is again a subgroup of (G, \star) . [5]
8. Find the canonical form of $xy + yz + zx$. [5]
9. Prove that any two bases of a finite dimensional vector space have the same number of vectors. [5]
10. Show that the set of matrices of the form $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Q} \right\}$ forms a field under usual addition and multiplication of matrices. [5]

Group - C
(10 Marks)

Answer any **two** questions.

11. Show that the torque about the point $2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ of a force represented by $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ passing through the point $3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ is $(-\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$. [5]
12. The position vectors of the vertices of a triangle are $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$. Find the area of the triangle. [5]
13. Show by vector method that angle in a semicircle is a right angle. [5]
14. If $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{\delta}$ are four vectors such that $\vec{\alpha} \times \vec{\beta} = \vec{\gamma} \times \vec{\delta}$ and $\vec{\alpha} \times \vec{\gamma} = \vec{\beta} \times \vec{\delta}$, show that $\vec{\alpha} - \vec{\delta}$ and $\vec{\beta} - \vec{\gamma}$ are collinear. [5]

Group - D
(25 Marks)

Answer any **five** questions.

15. Two pairs of straight lines $x^2 - 2pxy - y^2 = 0$ and $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$ are such that each pair bisects the angles between the other pair, then prove that $pq + 1 = 0$. [5]
16. Show that the triangle formed by the lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ and $lx + my = 1$ is right angled, if $(a + b)(al^2 + 2hlm + bm^2) = 0$. [5]
17. Reduce the equation $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$ to the canonical form and state the type of the conic. [5]
18. Find the equation of the plane passing through $(2, 1, 4)$ and perpendicular to the planes $x + y + 2z - 4 = 0$ and $2x - 3y + z + 5 = 0$. [5]
19. Find the distance of the point $(2, -1, 1)$ from the plane $x + y + z = 3$ measured parallel to the line whose direction ratios are $2, 3, -4$. [5]

20. Show that the shortest distance between the lines $x + a = 2y = -12z$ and $x = y + 2a = 6z - 6a$ is $2a$. [5]

21. The plane $bcx + cay + abz = abc$ cuts the axes in A, B, C . Find the equation of the circle ABC . [5]

Group - E
(35 Marks)

Answer any **seven** questions.

22. Show that $\left\{ \frac{n}{n+1} \right\}$ is a Cauchy sequence. [5]

23. Find the points of maxima and minima of the function $f(x) = 12x^5 - 45x^4 + 40x^3 + 1$, $x \in \mathbb{R}$. [5]

24. Prove that a finite subset of \mathbb{R} is a closed set. [5]

25. If a sequence of real numbers $\{u_n\}$ converges to a real number l , prove that every subsequence of that sequence converges to l . [5]

26. Determine the asymptotes of the curve $y = \frac{3x}{2} \log \left(e - \frac{1}{3x} \right)$. [5]

27. Show that the union of two closed sets in \mathbb{R} is a closed set. [5]

28. Test the convergence of the series $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2^2} + \frac{1}{1+2^3} + \dots$. [5]

29. Find the radius of curvature at the point (x, y) on the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$. [5]

30. Prove that the pedal equation of the astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ with respect to the origin is $r^2 + 3p^2 = a^2$. [5]

বঙ্গানুবাদ

বিভাগ - ক

(মান : 15)

যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও

1. (a) i^{4n+2} -এর মান নির্ণয় কর। 1

(b) যদি a, b, x বাস্তব সংখ্যা হয় এবং $|a+ib|=1$ তাহলে প্রমাণ কর যে $(a+ib)^{ix}$ একটি purely বাস্তব সংখ্যা। 2

(c) যদি $x^3 + 3px + q$ -এর উৎপাদক $(x - \alpha)^2$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর $q^2 + 4p^3 = 0$ 2

2. প্রমাণ কর $\sin\left(i \log \frac{a-ib}{a+ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$ 5

3. Cardan's পদ্ধতিতে সমাধান কর : $x^3 - 18x - 35 = 0$ 5

4. দেখাও যে

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$$
 5

5. $A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সকে একটি Symmetric এবং একটি Skew-Symmetric matrix -এর যোগফল

আকারে প্রকাশ কর।

5

বিভাগ - খ

(মান : 15)

যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও

6. (a) যাচাই কর যে $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ সেটটির উপরে f permutation টি অযুগ্ম না যুগ্ম, যেখানে

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$
 1

(b) যদি একটি Group G -এর প্রতিটি উপাদানের বিপরীত উপাদান সে নিজেই হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে G একটি abelian group. 2

(c) প্রমাণ কর যে প্রতিটি Cyclic group-ই abelian হয়। 2

7. প্রমাণ কর যে একটি group (G, \star) -এর যে কোনো দুটি sub group-এর ছেদ আরেকটি subgroup হবে। 5

8. $xy + yz + zx$ -এর canonical formটি নির্ণয় কর। 5

9. প্রমাণ কর যে, একটি finite dimensional ভেক্টর স্পেস-এ যে কোনো দুটি basis-এ সমান সংখ্যক ভেক্টর থাকবে। 5

10. প্রমাণ কর যে $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Q} \right\}$ সেটটি ম্যাট্রিক্স-এর প্রচলিত যোগ ও গুণের সাপেক্ষে একটি field হবে।

5

বিভাগ - গ

(মান : 10)

যে কোনো দটি প্রশ্নের উত্তর দাও

11. প্রমাণ কর যে $3\hat{i}+4\hat{j}-\hat{k}$ বিন্দুগামী $\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ বল-এর torque $2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ বিন্দুর সাপেক্ষে $(-\hat{i}+\hat{j}-\hat{k})$ হবে। 5
12. একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলির অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$, $2\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $3\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$ । ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 5
13. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ। 5
14. চারটি ভেক্টর $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{\delta}$ এমন যে $\vec{\alpha} \times \vec{\beta} = \vec{\gamma} \times \vec{\delta}$ এবং $\vec{\alpha} \times \vec{\gamma} = \vec{\beta} \times \vec{\delta}$ । প্রমাণ কর যে $\vec{\alpha} - \vec{\delta}$ এবং $\vec{\beta} - \vec{\gamma}$ সমরেখ। 5

বিভাগ - ঘ

(মান : 25)

যে কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও

15. দুটি pair of straight lines $x^2 - 2pxy - y^2 = 0$ এবং $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$ এমন যে প্রতিটি pair অন্য pair-এর মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। প্রমাণ কর $pq + 1 = 0$ । 5
16. প্রমাণ কর যদি $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ এবং $lx + my = 1$ সরলরেখা তিনটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে, তবে $(a+b)(al^2 + 2hlm + bm^2) = 0$ হবে। 5
17. $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$ কে Canonical form-এ reduce কর। Conic-এর প্রকার নির্ণয় কর। 5
18. $(2, 1, 4)$ বিন্দুগামী এবং $x + y + 2z - 4 = 0$ ও $2x - 3y + z + 5 = 0$ সমতলের (Plane) উপর লম্ব Plane-এর সমীকরণ নির্ণয় কর। 5
19. $(2, -1, 1)$ বিন্দু থেকে $x + y + z = 3$ সমতলের দূরত্ব নির্ণয় কর যাহা $2, 3, -4$ direction ratio যুক্ত একটি সরলরেখার সমান্তরাল। 5
20. প্রমাণ কর যে $x + a = 2y = -12z$ এবং $x = y + 2a = 6z - 6a$ সরলরেখা দুটির মধ্যে Shortest distance $2a$ । 5
21. $bcx + cay + abz = abc$ সমতলটি কার্তেসীয় অক্ষগুলিকে যথাক্রমে A, B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। ABC বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। 5

বিভাগ - ৬

(মান : 35)

যে কোনো সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও

22. দেখাও যে $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}$ একটি Cauchy Sequence। 5
23. $f(x) = 12x^5 - 45x^4 + 40x^3 + 1, x \in \mathbb{R}$ অপেক্ষকটির কোন বিন্দুতে চরম এবং অবম মান আছে নির্ণয় কর। 5
24. প্রমাণ কর যে \mathbb{R} -এর যে কোন সসীম সেট Closed হবে। 5
25. প্রমাণ কর যে, যদি $\{u_n\}$ একটি বাস্তব সংখ্যার sequence যাহা l বাস্তব সংখ্যাতে converge করে, তবে $\{u_n\}$ -এর যে-কোন sub-sequence l -এ converge করবে। 5
26. $y = \frac{3x}{2} \log\left(e - \frac{1}{3x}\right)$ -এর Asymptote গুলি নির্ণয় কর। 5
27. প্রমাণ কর যে \mathbb{R} -এর যে কোনো দুটি closed set-এর union closed set হবে। 5
28. $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2^2} + \frac{1}{1+2^3} + \dots$ -এর convergence পরীক্ষা কর। 5
29. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ -এর উপর অবস্থিত (x, y) বিন্দুতে radius of curvature নির্ণয় কর। 5
30. প্রমাণ কর যে মূলবিন্দুর সাপেক্ষে $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ -এর Pedal equation $r^2 + 3p^2 = a^2$. 5
-